

C. 21

D. 0

7. 实力相等的甲、乙两队参加乒乓球团体比赛，规定 5 局 3 胜制(即 5 局内谁先赢 3 局就算胜出并停止比赛).

(1)试分析求甲打完 3 局、4 局、5 局才能取胜的概率.

(2)求按比赛规则甲获胜的概率.

8. 某公司招聘员工，先由两位专家面试，若两位专家都同意通过，则视作通过初审予以录用；若这两位专家都未同意通过，则视作未通过初审不予录用；当这两位专家意见不一致时，再由第三位专家进行复审，若能通过复审，则予以录用，否则不予录用. 设应聘人员获得每位初审专家通过的概率均为 0.5，复审能通过的概率为 0.3，各专家评审的结果相互独立.

(1)求某应聘人员被录用的概率.

(2)若 4 人应聘，设 X 为被录用的人数，试求随机变量 X 的分布列.

$\{a_n\}, a_n = \begin{cases} -1, & \text{第}n\text{次摸取红球} \\ 1, & \text{第}n\text{次摸取白球} \end{cases}$, 如果 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 那么 $S_7=3$ 的概率为()

A. $C_7^5 \times (\frac{1}{3})^2 \times (\frac{2}{3})^5$

B. $C_7^2 \times (\frac{2}{3})^2 \times (\frac{1}{3})^5$

C. $C_7^5 \times (\frac{1}{3})^2 \times (\frac{1}{3})^5$

D. $C_7^2 \times (\frac{1}{3})^2 \times (\frac{2}{3})^2$

解析: 选 B. 由 $S_7=3$ 知, 在 7 次摸球中有 2 次摸取红球, 5 次摸取白球, 而每次摸取红球的概率为 $\frac{2}{3}$, 摸取白球的概率为 $\frac{1}{3}$, 则 $S_7=3$ 的概率为 $C_7^2 \times (\frac{2}{3})^2 \times (\frac{1}{3})^5$, 故选 B.

6. 如果 $X \sim B(20, \frac{1}{3})$, $Y \sim B(20, \frac{2}{3})$, 那么当 X, Y 变化时, 使 $P(X=x_k) = P(Y=y_k)$ 成立的 (x_k, y_k) 的个数为()

A. 10

B. 20

C. 21

D. 0

解析: 选 C. 根据二项分布的特点, 知 (x_k, y_k) 分别为 $(0, 20), (1, 19), (2, 18), \dots, (20, 0)$, 共 21 个, 故选 C.

7. 实力相等的甲、乙两队参加乒乓球团体比赛, 规定 5 局 3 胜制(即 5 局内谁先赢 3 局就算胜出并停止比赛).

(1)试分析求甲打完 3 局、4 局、5 局才能取胜的概率.

(2)求按比赛规则甲获胜的概率.

解: 甲、乙两队实力相等, 所以每局比赛甲获胜的概率为 $\frac{1}{2}$, 乙获胜的概率为 $\frac{1}{2}$.

(1)记事件 $A =$ “甲打完 3 局才能取胜”, 记事件 $B =$ “甲打完 4 局才能取胜”, 记事件 $C =$ “甲打完 5 局才能取胜”.

①甲打完 3 局才能取胜, 相当于进行 3 次独立重复试验, 且每局比赛甲均取胜.

所以甲打完 3 局才能取胜的概率为 $P(A) = C_3^3 (\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$.

②甲打完 4 局才能取胜, 相当于进行 4 次独立重复试验, 且甲第 4 局比赛取胜, 前 3 局为 2 胜 1 负, 所以甲打完 4 局才能取胜的概率为 $P(B) = C_3^2 (\frac{1}{2})^2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{16}$.

③甲打完 5 局才能取胜, 相当于进行 5 次独立重复试验, 且甲第 5 局比赛取胜, 前 4 局恰好 2 胜 2 负, 所以甲打完 5 局才能取胜的概率为 $P(C) = C_4^2 \times (\frac{1}{2})^2 \times (\frac{1}{2})^2 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{16}$.

(2)记事件 $D =$ “按比赛规则甲获胜”, 则 $D = A + B + C$, 又因为事件 A, B, C 彼此互斥,

故 $P(D) = P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) = \frac{1}{8} + \frac{3}{16} + \frac{3}{16} = \frac{1}{2}$. 即按比赛规则甲获胜的概率

为 $\frac{1}{2}$.

8. 某公司招聘员工, 先由两位专家面试, 若两位专家都同意通过, 则视作通过初审予以录用; 若这两位专家都未同意通过, 则视作未通过初审不予录用; 当这两位专家意见不一致时, 再由第三位专家进行复审, 若能通过复审, 则予以录用, 否则不予录用. 设应聘人员获得每位初审专家通过的概率均为 0.5, 复审能通过的概率为 0.3, 各专家评审的结果相互独立.

(1) 求某应聘人员被录用的概率.

(2) 若 4 人应聘, 设 X 为被录用的人数, 试求随机变量 X 的分布列.

解: 设“两位专家都同意通过”为事件 A , “只有一位专家同意通过”为事件 B , “通过复审”为事件 C .

(1) 设“某应聘人员被录用”为事件 D , 则 $D=A \cup BC$,

$$\text{因为 } P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

$$P(B) = 2 \times \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}, \quad P(C) = \frac{3}{10},$$

$$\text{所以 } P(D) = P(A \cup BC) = P(A) + P(B)P(C) = \frac{2}{5}.$$

(2) 根据题意, 知 $X=0, 1, 2, 3, 4$, 设 A_i 表示“应聘的 4 人中恰有 i 人被录用” ($i=0, 1, 2, 3, 4$), 则

$$P(A_0) = C_4^0 \times \left(\frac{2}{5}\right)^0 \times \left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{81}{625},$$

$$P(A_1) = C_4^1 \times \frac{2}{5} \times \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{216}{625},$$

$$P(A_2) = C_4^2 \times \left(\frac{2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{216}{625},$$

$$P(A_3) = C_4^3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^3 \times \frac{3}{5} = \frac{96}{625},$$

$$P(A_4) = C_4^4 \times \left(\frac{2}{5}\right)^4 \times \left(\frac{3}{5}\right)^0 = \frac{16}{625}.$$

所以 X 的分布列为

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{81}{625}$	$\frac{216}{625}$	$\frac{216}{625}$	$\frac{96}{625}$	$\frac{16}{625}$